La congettura di Goldbach soddisfatta con la strategia che il giovane Gauss inventa per sommare i numeri da 1 a 100.

Giovanni Di Savino

1. Johann Friedrich Carl Gauss[4] aveva 9 anni quando il suo maestro, per impegnare tutta la classe, chiese ai suoi giovani alunni di fare la somma dei numeri contenuti nel numero 100; Gauss, grazie ad una intuizione e con una strategia, diede in pochi minuti la risposta esatta. Il giovane matematico aveva visualizzato una simmetria che legava i numeri da 1 a 100 infatti, sovrapponendo su due righe i 100 numeri ma in ordine inverso, si ottenevano 100 coppie di numeri la cui somma era 101 ed il risultato era uguale per tutte le coppie (1+100, 2+99,.......,99+2, 100+1). Escluse le coppie che avevano numeri uguali e sommò le rimanenti coppie che erano la metà delle 100 coppie che si generavano. La risposta al quesito posto dal maestro, Gauss l'ha ottenuta con una moltiplicazione 50 x 101 = 5050. Oggi per calcolare la somma dei numeri contenuti in un numero usiamo la formula: n(n+1)/2 .

1.1 Gauss, a fine 18° secolo, con il Teorema Fondamentale dell'Aritmetica ha dimostrato che i numeri interi positivi più grandi di 1 sono o numeri primi o sono il prodotto di numeri primi elevati a potenza ^n ma Gauss, ancor giovane, ha mostrato che uno stesso numero dispari, 101, è la somma dei numeri pari con i numeri dispari contenuti in un numero pari. La strategia inventata da Gauss è indicativa per soddisfare la congettura di Goldbach.

1.2 I numeri contenuti nel numero "100 di Gauss" sono 50 numeri pari e 50 numeri dispari. Sovrapponendo su due righe ed in ordine inverso i 50 numeri pari si formano coppie di solo numeri pari la cui somma è uguale al numero pari 100 (0+100, 2+98,....,50+50,.....,98+2, 100+0); sovrap ponendo su due righe ed in ordine inverso i 50 numeri dispari si formano coppie di solo numeri dispari la cui somma è uguale al numero pari 100 (1+99, 3+97,... ,49+51, 51+49,....,97+3, 99+1); i due numeri di ogni coppia, sono equidistanti dalla metà di 100. L'intuizione di Gauss "sovapporre su due righe ed in ordine inverso i numeri contenuti in uno degli infiniti numeri pari", ci permette di ottenere che qualunque numero pari è il risultato di due numeri come enunciato nella versione forte della congettura di Goldbach.

2. **La congettura di Goldbach**[2a] è uno dei problemi irrisolti della teoria dei numeri ed a noi è nota in due versioni. Nel 1742 Goldbach[2] ha affermato che gli infiniti numeri naturali dispari, maggiori di 5, sono la somma di 3 numeri primi, la congettura così formulata è nota come la versione debole o ternaria della congettura di Goldbach e, il matematico non avendola dimostrata, la inviò al suo amico Eulero[3] perchè la dimostrasse. Eulero[3] consapevole di non poter verificare gli infiniti numeri primi, la riformulò in: tutti i numeri pari maggiori di 2 sono la somma di due numeri primi; la congettura così formulata è nota come la versione forte o binaria della congettura di Goldbach .

La versione forte della congettura, quella che si riferisce agli infiniti numeri pari maggiori di 2 che sono il risultato della somma di due primi, è stata verificata dal prof. Tomás Oliveira e Silva[5] che ha confermato che i numeri pari minori od uguali a 4x10^18 sono effettivamente il risultato della somma di due numeri primi ma possiamo affermare, anche, che non essendoci un numero primo più grande di tutti, la quantità considerevole di 4.000.000.000.000.000.000 numeri pari verificati o qualunque quantità di numeri pari verificati è da ritenersi un primato che sarà superato dal numero pari che è solo il doppio del nuovo e più grande numero primo che non era noto ma che Euclide ed altri matematici, hanno dimostato che esiste.

2.1 **Euclide**[1] formulando 2*n+1, con n che indica la produttoria di tutti i primi noti, ha dimostrato che si possono generare numeri dispari sempre più grandi in cui esistono e sono da trovare nuovi numeri primi dispari che sono sempre più grandi dei primi noti di cui alla produttoria indicata con n e, con il quale generare un numero pari, somma di due primi, più grande del pari somma di due primi noto.

2.2 **Eulero**[3] afferma che gli infiniti numeri pari sono la somma di due numeri primi e come possiamo affermare che non esiste un numero primo più grande di tutti possiamo affermare, anche, che non esiste un numero pari più grande di tutti. Qualunque numero pari noto non sarà il doppio di quel numero primo, il più grande che Euclide genera ed è quel numero pari, grande, inaccessibile ed inarrivabile che sul piano è la somma, xn+yn ove n è lo stesso numero primo che, anche se non è noto, esiste sulle rette orientate quali sono l'ascissa e l'ordinata del piano cartesiano.

2.3 **Gauss**[4], ha dimostrato che gli infiniti numeri pari si possono esprimere come prodotto di numeri primi e tale rappresentazione è unica se si prescinde dall'ordine in cui compaiono i fattori ma, come riportato al precedente punto 1.1, ha anche mostrato che il numero pari 100 od uno degli infiniti numeri pari è la somma di due dei numeri contenuti nel numero dato che, sovrapposti su due righe ed in ordine inverso, generano tutte le coppie di numeri pari e dispari, xn+yn, la cui somma è il numero pari.

Le coppie xn+yn=z che Gauss ottiene da un numero pari sono coppie di numeri che sono equidistanti dalla metà del numero pari; i numeri di queste

Goldbach's conjecture satisfied with the strategy that the young Gauss invented to add the numbers from 1 to 100.

Giovanni Di Savino

1. Johann Friedrich Carl Gauss [4] was 9 years old when his teacher, to keep the whole class busy, asked his young students to add up the numbers contained in the number 100; Gauss, thanks to an intuition and a strategy, gave the correct answer in a few minutes. The young mathematician had visualized a symmetry that linked the numbers from 1 to 100 in fact, by superimposing the 100 numbers on two lines but in reverse order, we obtained 100 pairs of numbers whose sum was 101 and the result was the same for all pairs (1 + 100, 2 + 99, ..., 99 + 2, 100 + 1). He excluded the pairs that had equal numbers and added up the remaining pairs which were half of the 100 pairs that were generated. Gauss obtained the answer to the question posed by the master by multiplying 50 x 101 = 5050. Today, to calculate the sum of the numbers contained in a number, we use the formula: n (n + 1) / 2.

1.1 Gauss, at the end of the 18th century, with the Fundamental Theorem of Arithmetic proved that positive integers greater than 1 are either prime numbers or are the product of prime numbers raised to a power ^ n but Gauss, still young, showed that the same odd number, 101, is the sum of the even numbers with the odd numbers contained in an even number. The strategy invented by Gauss is indicative for satisfying Goldbach's conjecture

1.2 The numbers contained in the number "100 of Gauss" are 50 even numbers and 50 odd numbers. By overlapping the 50 even numbers on two lines and in reverse order, pairs of only even numbers are formed whose sum is equal to the even number 100 (0 + 100, 2 + 98, ..., 50 + 50, ..., 98 + 2, 100 + 0); by superimposing the 50 odd numbers on two lines and in reverse order, pairs of only odd numbers are formed whose sum is equal to the even number 100 (1 + 99, 3 + 97, ..., 49 + 51, 51 + 49, ..., 97 + 3, 99 + 1); the two numbers of each pair are equidistant from the half of 100. Gauss's intuition "overlapping on two lines and in reverse order the numbers contained in one of the infinite even numbers", allows us to obtain that any even number is the result of two numbers as stated in the strong version of Goldbach's conjecture.

2. **Goldbach's conjecture** [2a] is one of the unsolved problems of number theory and is known to us in two versions. In 1742 Goldbach (2) affirmed that the infinite odd natural numbers, greater than 5, are the sum of 3 prime numbers, the conjecture thus formulated is known as the weak or ternary version of Goldbach's conjecture and, the mathematician not having proved it , sent it to his friend Euler (3) to prove it. Euler (3), aware of not being able to verify the infinite prime numbers, reformulated it in: all even numbers greater than 2 are the sum of two prime numbers; the conjecture thus formulated is known as the strong or binary version of Goldbach's conjecture.

The strong version of the conjecture, the one that refers to the infinite even numbers greater than 2 which are the result of the sum of two primes, has been verified by prof. Tomás Oliveira and Silva (5) who confirmed that even numbers less than or equal to 4x10 ^ 18 are actually the result of the sum of two prime numbers but we can also affirm that since there is no prime number greater than all, the quantity considerable number of 4,000,000,000,000,000,000 verified even numbers or any quantity of verified even numbers is to be considered a primacy that will be surpassed by the even number which is only double the new and larger prime number which was not known but which Euclid and other mathematicians have shown that it exists

2.1 **Euclid** [1] by formulating 2 * n + 1, with n denoting the productivity of all known primes, showed that we can generate ever larger odd numbers where they exist and new odd prime numbers that are ever larger are to be found of the first known ones of which to the production indicated with ne, with which to generate an even number, the sum of two primes, greater than the equal sum of two known primes.

2.2 **Euler** [3] states that the infinite even numbers are the sum of two prime numbers and as we can state that there is no prime number greater than all we can also state that there is no even number greater than all. Any known even number will not be double that prime number, the largest that Euclid generates and is that even, large, inaccessible and unreachable number which on the plane is the sum, xn + yn where n is the same prime number that, even if it is not known, it exists on the oriented lines which are the abscissa and the ordinate of the Cartesian plane.

2.3 **Gauss** [4], has shown that the infinite even numbers can be expressed as the product of prime numbers and this representation is unique if we ignore the order in which the factors appear but, as reported in point 1.1 above, he also showed that the even number 100 or one of the infinite even numbers is the sum of two of the numbers contained in the given number which, superimposed on two lines and in reverse order, generate all the pairs of even and odd numbers, xn + yn, whose sum is the even number.

The pairs xn + yn = z that Gauss gets from an even number are pairs of numbers that are equidistant from half the even number; the numbers of

coppie la cui somma è z è uno degli infiniti numeri pari che: grande, inaccessibile ed inarrivabilie è un numero che è il risultato di due metà di z o di numeri equidistanti da questa metà. Talete(6) afferma che si può a misurare tutto ciò che si può indicare sul piano.

2.4 **Talete**(6), filosofo, scienziato e matematico greco, ha misurato grandezze inaccessibili ed inarrivabili(6a). Le misurazioni che Talete faceva con le ombre o con il triangolo che generava sulla sabbia della riva, il piano "cartesiano" di 2600 anni fa, possono essere rifatte sull'attuale noto piano cartesiano e, sempre considerando che per la computabilità dei numeri non abbiamo spazio e tempo sufficienti(4b), possiamo associare gli infiniti punti del piano ad infiniti numeri pari z = xn+yn somma di due numeri primi o, ad infiniti numeri dispari z somma di un pari (che è la somma di 2 primi) più un primo.

3. In uno degli infiniti numeri pari ci sono numeri primi dispari minori od uguali della metà del numero pari e numeri primi dispari maggiori od uguali della metà del numero pari; per soddisfare Goldbach bisogna verificare che i numeri primi, xn, contenuti nella prima metà del numero pari non siano multipli dei primi minori od uguali alla radice quadra del numero pari e verificare che il numero primo della seconda metà, yn, sia distante dalla metà del numero pari quanto è distante il numero primo xn. A conferma delle difficoltà se non l'impossibilità di identificare misure con numeri primi ci è noto che il numero primo più grande che si conosca è un numero primo che identifichiamo come numero di Mersenne (12) perchè è una potenza del 2^82 589 933 − 1, è stato trovato nel 2018 da GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) (13), occupa spazio sia se lo si volesse scrivere, occorrono 24.862. 048 cifre decmalli e per trovarlo c'è voluto tempo e sono stati utilizzati più computer collegati tra loro.

4. Gauss con l'invenzione delle coppie, ci permette di affermare che qualunque numero pari è il risultato della somma di due numeri dispari contenuti nel numero pari ma, in merito al numero pari somma di numeri primi dispari ci permette di affermare solo che i numeri pari che sono il doppio di ogni numero primo sono la somma di due primi. Non conoscendo, quanti sono i numeri primi, che valore hanno e la distanza che separa numeri primi successivi, non possiamo affermare che in tutti i numeri pari ci siano numeri primi minori e numeri primi maggiori e numeri primi uguali alla metà del numero pari. Chi distingue e conferma l'esistenza di numeri primi minori e numeri primi maggiori della metà del numero pari è Joseph Bertrand (11) che nel 1845 congetturò che tra un numero ed il suo doppio, tra n e 2n, c'è sempre un numero primo. Nel 1850 Chebyshev (10) dimostrò la congettura che è nota come Postulato di Bertrand e tra le coppie che Gauss ottiene dai numeri contenuti in un numero pari ce ne sarà senz'altro una composta dai due numeri primi del Postulato di Bertrandt.

4.1 Euclide con 2*n+1 dimostra che esiste un numero primo nuovo e più grande, Chebysew dimostra che tra n e 2n ci sono de numeri primi che formano una coppia di numeri dispari che Gauss ottiene dai numeri dispari contenuti in un numero pari.

5. **Gli infiniti numeri pari** richiamati da Eulero nella versione forte o binaria della congettura di Goldbach sono uguali al risultato della somma di coppie di numeri che Gauss forma con i numeri contenuti nel numero pari,

5.1 sono uguali: al risultato della somma dell'unica una coppia di numeri pari primi ed alla somma delle coppie di numeri dispari primi e che Gauss forma con i numeri contenuti nel numero pari;

5.2 sono uguali al risultato della somma di un numero primo dispari minore della metà del numero pari ed il numero primo dispari che c'è sempre nel suo doppio

6. **Gli infiniti dispari** richiamati da Goldbach nella versione debole e o ternaria della congettura che porta il suo nome sono uguali al risultato della somma di coppie di numeri che Gauss forma con i numeri contenuti nel numero pari

6.1 sono uguali al risultato della somma di un numero dispari ed un numero pari uno minore e l'altro maggiore della metà del numero pari;

6.2 sono uguali al risultato della somma di tre primi, di cui uno è il numero dispari che è primo e gli altri due sono i 2 primi la cui somma è il numero pari;

7. **Gli infiniti dispari che Euclide genera** con la produttoria dei primi noti cui aggiunge l'unità, 2*n+1

7.1 sono uguali al risultato della somma di un numero dispari ed un numero pari uno minore e l'altro maggiore della metà del numero pari 2*n

7.2 sono uguali al risultato della somma di tre primi, di cui uno il numero dispari primo e gli altri due sono i 2 primi la cui somma è il numero pari; uno minore e l'altro maggiore della metà del numero pari

these pairs whose sum is z is one of the infinite even numbers which: large, inaccessible and unreachable and is a number that is the result of two halves of z or of numbers equidistant from this half. Thales (6) affirms that it is possible to measure everything that can be indicated on the plane.

2.4 **Thales** (6), Greek philosopher, scientist and mathematician, measured inaccessible and unattainable quantities (6a). The measurements that Thales made with the shadows or with the triangle that he generated on the sand of the shore, the "Cartesian" plane of 2600 years ago, can be redone on the current known Cartesian plane and, always considering that for the computability of the numbers we have sufficient space and time (4b), we can associate the infinite points of the plane to infinite even numbers z = xn + yn sum of two primes or, to infinite odd numbers z sum of an even (which is the sum of 2 primes) plus a first.

3. In one of the infinite even numbers there are odd prime numbers less than or equal to half of the even number and odd prime numbers greater than or equal to half of the even number; to satisfy Goldbach it is necessary to verify that the prime numbers, xn, contained in the first half of the even number are not multiples of the primes less than or equal to the square root of the even number and to verify that the prime number of the second half, yn, is distant from the half of the even number how far away is the prime number xn. To confirm the difficulties if not the impossibility of identifying measures with prime numbers, we know that the largest prime number known is a prime number that we identify as Mersenne number (12) because it is a power of 2 ^ 82 589 933 - 1, was found in 2018 by GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) (13), takes up space and if you wanted to write it, you need 24,862. 048 decmalli digits and it took time to find it and multiple computers connected to each other were used.

4. Gauss with the invention of couples, allows us to affirm that any even number is the result of the sum of two odd numbers contained in the even number but, with regard to the even number, the sum of odd primes allows us to state only that even numbers which are double of any prime number are the sum of two primes. Not knowing how many prime numbers are, what value they have and the distance that separates successive prime numbers, we cannot say that in all even numbers there are minor and major prime numbers and prime numbers equal to half the even number. The one who distinguishes and confirms the existence of minor prime numbers and prime numbers greater than half the even number is Joseph Bertrand (11) who in 1845 conjectured that between a number and its double, between n and 2n, there is always a prime number . In 1850 Chebyshev (10) proved the conjecture that is known as Bertrand's Postulate and among the pairs that Gauss obtains from the numbers contained in an even number there will certainly be one made up of the two prime numbers of Bertrandt's Postulate.

4.1 Euclid with 2 * n + 1 demonstrates that there is a new and larger prime number, Chebysew demonstrates that between n and 2n there are de primes that form a pair of odd numbers that Gauss obtains from the odd numbers contained in an even number.

5. **The infinite even numbers** recalled by Euler in the strong or binary version of Goldbach's conjecture are equal to the result of the sum of pairs of numbers that Gauss forms with the numbers contained in the even number,

5.1 they are equal: to the result of the sum of the one a pair of even prime numbers and to the sum of the pairs of odd prime numbers that Gauss forms with the numbers contained in the even number;

5.2 are equal to the result of the sum of an odd prime number less than half of the even number and the odd prime that is always in its double

6. **The odd infinitives** recalled by Goldbach in the weak and or ternary version of the conjecture that bears his name are equal to the result of the sum of pairs of numbers that Gauss forms with the numbers contained in the even number

6.1 they are equal to the result of the sum of an odd number and an even number, one smaller and the other greater than half the even number;

6.2 they are equal to the result of the sum of three primes, of which one is the odd number which is prime and the other two are the 2 primes whose sum is the even number;

7. **The odd infinities that Euclid generates** with the production of the first known ones to which he adds the unit, 2 * n + 1

7.1 are equal to the result of the sum of an odd number and an even number one less and the other greater than half of the even number 2 * n

7.2 they are equal to the result of the sum of three primes, of which one is the odd number prime and the other two are the 2 primes whose sum is the even number; one smaller and the other greater than half the even number

7. **Gli infiniti numeri che è dimostrato che sono il prodotto di numeri primi elevati a potenza maggiore od uguale ad 1 sono, anche, la somma di solo due o di solo tre numeri primi.**

Riferimenti bibliografici e sitografici

(1) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euclid/
(1a) https://home.aero.polimi.it/lastaria/archivio/2018_2019_numeri_primi_1.pdf
(2) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Goldbach/
2(a) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/la-congettura-di-goldbach/
2(b) Verifica della congettura di Goldbach http://sweet.ua.pt/tos/goldbach.html
(3) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euler/
(4) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Gauss/
(4a) https://www.infodata.ilsole24ore.com/2019/01/07/matematica-numeri-primi-gauss-euclide-big-data/#comment-9837 commenti Di Savino Giovanni
(4b) https://www.infodata.ilsole24ore.com/2019/01/07/matematica-numeri-primi-gauss-euclide-big-data/#comment-9837 commenti Di Savino Giovanni 12/10/2020
(5) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Search/?query=Tom%C3%A1s+Oliveira+e+Silva
(6) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Thales/
(6a) Distanziometro di Talete http://www.gioiamathesis.it/index_file/giornale_file/articoli_file/pubblicazioni_file/La%20Scienza%20di%20Talete.pdf
(7) https://people.dmi. unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/lang_zac.pdf
(8) https://it.quora.com/Perch%C3%A9-nessuno-ha-ancora-scoperto-una-formula-generatrice-di-numeri-primi/answer/Giovanni-163 risposta
(8) https://it.quora.com/La-somma-di-due-numeri-primi-d%C3%A0-un-numero-primo/answer/Giovanni-163?ch=18&oid=291775411&share=169c47ed&srid=d5ohh&target_type=answer
(9) commento Giovanni di Savino 3 Novembre 2020 https://www.galileonet.it/numeri-primi/
(10) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Chebyshev/
(11) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bertrand/
(12) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mersenne/
(13) https://www.mersenne.org/primes/

7. **The infinite numbers that are proved to be the product of prime numbers greater than or equal to 1 are also the sum of only two or only three primes.**

Bibliographic and website references

(1) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euclid/
(1a) https://home.aero.polimi.it/lastaria/archivio/2018_2019_numeri_primi_1.pdf
(2) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Goldbach/
2(a) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/la-congettura-di-goldbach/
2(b) Verifica della congettura di Goldbach http://sweet.ua.pt/tos/goldbach.html
(3) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euler/
(4) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Gauss/
(4a) https://www.infodata.ilsole24ore.com/2019/01/07/matematica-numeri-primi-gauss-euclide-big-data/#comment-9837 commenti Di Savino Giovanni
(4b) https://www.infodata.ilsole24ore.com/2019/01/07/matematica-numeri-primi-gauss-euclide-big-data/#comment-9837 commenti Di Savino Giovanni 12/10/2020
(5) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Search/?query=Tom%C3%A1s+Oliveira+e+Silva
(6) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Thales/
(6a) Distanziometro di Talete http://www.gioiamathesis.it/index_file/giornale_file/articoli_file/pubblicazioni_file/La%20Scienza%20di%20Talete.pdf
(7) https://people.dmi. unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/lang_zac.pdf
(8) https://it.quora.com/Perch%C3%A9-nessuno-ha-ancora-scoperto-una-formula-generatrice-di-numeri-primi/answer/Giovanni-163 risposta
(8) https://it.quora.com/La-somma-di-due-numeri-primi-d%C3%A0-un-numero-primo/answer/Giovanni-163?ch=18&oid=291775411&share=169c47ed&srid=d5ohh&target_type=answer
(9) commento Giovanni di Savino 3 Novembre 2020 https://www.galileonet.it/numeri-primi/

https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Chebyshev/
https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bertrand/
https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mersenne/
https://www.mersenne.org/primes/